



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"

Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R

Liceo delle Scienze Umane VAPM027011

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lcrespi@tin.it

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D



CertINT® 2010

Classe 1 ASU - CSU– prof...Reposi Roberta.....

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
 - **6**: tutti gli esercizi
 - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
 - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
 - ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
 - MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
 - rivedere la teoria sul testo
 - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata (un libro a scelta):
 - ANNA CERASOLI "La sorpresa dei numeri" Sperling & Kupfer Editori
 - MALBA TAHAN "L'uomo che sapeva contare" Salani ed

Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto

INSIEMI

Rappresenta per elencazione e mediante la loro proprietà caratteristica i seguenti insiemi:

- numeri interi compresi fra -2 e 5 o ad essi uguali
- lettere della parola *insieme*
- divisori di 30

Dati gli insiemi $A = \{x \in N \mid x < 11 \text{ e } x \text{ è pari}\}$, $B = \{x \in N \mid 7 < x < 13\}$, $C = \{x \in N \mid x \text{ è divisore di } 12\}$ calcola:

- $(A \cup B)$
- $A \cap B$
- $(A \cap C) \cap B$
- $(B \cap C) \cup A$

[a. $\{0, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12\}$; b. $\{8, 10\}$; c. \emptyset ; d. $\{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$]

Dati i seguenti insiemi $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 22\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è multiplo di } 5\}$, calcola:

- a. $A \cup B$ b. $A \cap B$ c. $(A \cap B) \cap C$
 [a. \mathbb{N} ; b. $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 22\}$; c. $\{5, 10, 15, 20\}$]

Dati gli insiemi $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 5, 10, 15\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ calcola:

- a. $A \cap B \cap C$ b. $(A \cap B) \cup C$ c. $(B - A) \cap C$ [a. \emptyset ; b. $\{1, 2, 4, 5, 6, 8, 10\}$; c. $\{10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 8, 11, 14\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è pari}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [a. $\{3, 5, 11\}$]

Dato l'insieme $A = \{2, 6, 7, 10, 13\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è primo}\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [a. $\{6, 10\}$]

Dato l'insieme $A = \{3, 5, 6, 8, 9\}$ e il suo sottoinsieme $B = \{x \in A \mid x \text{ è multiplo di } 3\}$, trova il complementare di B rispetto ad A .
 [a. $\{5, 8\}$]

Dati i due insiemi $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$ costruisci $A \times B$ e rappresenta i suoi elementi in tutti i modi che conosci.
 [a. $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$]

Dato l'insieme $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 15 - 3n, n \in \mathbb{N}\}$, stabilisci quali fra le seguenti relazioni sono vere:

- a. $-12 \in A$ b. $\{6\} \in A$ c. $\emptyset \subset A$
 d. $\{0, 6\} \subset A$ e. $A \subset \{\text{multipli di } 3 \text{ positivi e negativi}\}$ [a., d., e.]

Stabilisci se sono vere o false le seguenti relazioni:

- a. $\{1, 0\} = \{0, 1\}$ V F
 b. $\{(2, 3)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F
 c. $\{(2, 3), (3, 2)\} = \{2\} \times \{3\}$ V F
 d. $\{1, 7\} = (1, 7)$ V F
 e. $0 \in \emptyset$ V F

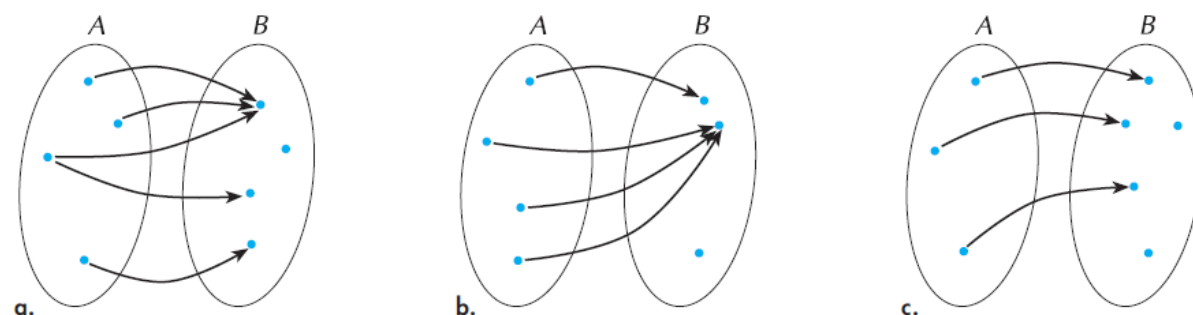
[V, V, F, F, F]

RELAZIONI E FUNZIONI

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 6 \leq x \leq 15\}$ e $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \leq 5\}$ rappresenta le coppie della relazione \mathcal{R} definita dall'enunciato aperto $p(x, y) : \langle x = 3y \rangle$ con $x \in A$ e $y \in B$ mediante elencazione, rappresentazione cartesiana, rappresentazione sagittale.
 [a. $\{(6, 2), (9, 3), (12, 4), (15, 5)\}$]

Dati $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$ e $B = \{2, 4, 5, 6, 10\}$ rappresenta con un diagramma cartesiano la relazione \mathcal{R} definita da $p(x, y) : \langle y = 2x \rangle$ con $x \in A$ e $y \in B$. Quali sono il dominio e il codominio della relazione?
 [a. $D = \{1, 2, 3, 5\}$; $C = \{2, 4, 6, 10\}$]

Individua quali fra le seguenti relazioni fra gli insiemi A e B rappresentano delle funzioni:



[b., c.]

Considerato l'insieme A come dominio, determina il codominio della funzione f assegnata in ciascuno dei seguenti casi:

- a. $A = \{3, 9, 15, 27\}$ $f(x) = \frac{1}{3}x + 1$ [a. $\{2, 4, 6, 10\}$]
 b. $A = \{2, 3, 5, 7\}$ $f(x) = x^2 - 2$ [b. $\{2, 7, 23, 47\}$]
 c. $A = \{0, 1, 5, 9\}$ $f(x) = 3x - 2$ [c. $\{-2, 1, 13, 25\}$]

PROPORZIONALITA'

1) Quale tabella rappresenta grandezze direttamente proporzionali?

A	
x	y
1	4
4	8
8	12

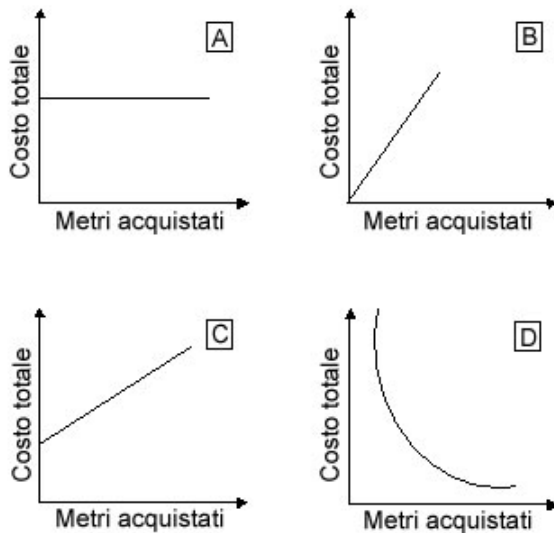
B	
x	y
1	4
2	2
4	1

C	
x	y
2	5
3	7
4	9

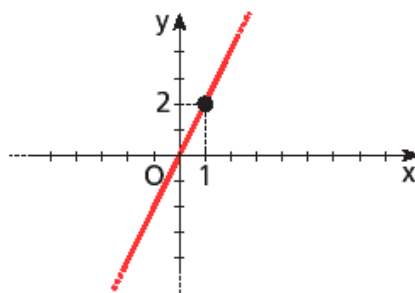
D	
x	y
0,5	1,5
1	3
1,5	4,5

- D
- A
- B
- C

2) Un sarto deve acquistare una stoffa che costa 10 euro al metro. Quali di questi grafici rappresenta la relazione tra la quantità di metri acquistati e il costo totale?



3) Qual è l'equazione della retta rappresentata nel piano cartesiano?



- $y = 2x$
- $y = 2x + 1$
- $y = x/2 + 2$
- $y = x/2$

INSIEMI N Z Q

Utilizzare ovunque è possibile le proprietà delle potenze

$$[2^3 \cdot (2^3)^2]^2 \cdot 2 : \left\{ [(4^2)^0]^5 \cdot 16^4 \cdot 2^2 \right\} \quad [2]$$

$$[(4^2)^3]^3 : [(2^{12})^2 \cdot 4^4] + [3^{12} : (3^6)^2]^{12} \quad [17]$$

$$\left\{ [(4^2)^3 : 2]^3 : [(2^{12})^2 \cdot 4^4] + 1 \right\} : \left\{ [(3^3)^3]^2 : 3^{17} \right\} \quad [1]$$

$$\left[\left(\frac{1}{6} \right)^4 : 6 \right]^2 : \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^8 \cdot \left[\left(\frac{1}{3} \right)^2 \right]^4 \right\} \quad \left[\frac{1}{36} \right]$$

$$\left\{ (7^3)^3 : [25 \cdot 5^{-1} + 8^5 : (2^{-2})^{-7}]^8 + 3 \right\}^2 - 2^{-4} \cdot (6^3)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^4 \quad [64]$$

$$\left\{ \left(4^{12} \cdot \frac{1}{4} \right)^{-1} \cdot [(2^3)^5]^2 : 2^4 \right\} \cdot \left\{ \left(\frac{1}{2} \right)^2 \cdot [(2^3)^2 : 2^6 + 8^0]^{-1} \right\} \quad [2]$$

$$(0,25)^2 + \left[\frac{4}{16^3} \cdot (-2)^5 \cdot (0,2)^4 \cdot \left(\frac{1}{10} \right)^{-4} \right]^4 + 0,625 + \left(\frac{1}{4} \right)^2 \cdot (-2)^{-3} \cdot \frac{8^2}{3} \cdot \frac{3}{2} \quad \left[\frac{1}{2} \right]$$

$$\left\{ \left[0,6^2 \cdot 3^{-1} : \left(\frac{1}{5} \right) + 0,2 \right]^3 : 0,25^{-3} + \frac{3}{125} \right\} \cdot [(5^2)^3 : 5^5]^2 \quad \left[\frac{4}{5} \right]$$

PRODOTTI NOTEVOLI

$$(2a - b)^3 - \left[(a - 2b)(a^2 + 2ab + 4b^2) + (2a - b)^2(a + b) \right] - 3 \left[b(b - 2a)^2 + (a + b)(a^2 - ab + b^2) \right] \quad [21ab^2 - 24a^2b]$$

$$\left[\left(x - 2y + \frac{1}{2} \right) \left(x + 2y + \frac{1}{2} \right) - \left(x - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 - 3(x - 2y)^2 \quad [x^2 + 4y^4 - 4xy^2]$$

$$(2a + 3b - 1)(2a - 3b + 1) - 2 \left[(a - 2)(a + 2) + (b - 2)^2 \right] + (3b + 2)^2 - 2(a - b)(a + b) \quad [26b + 3]$$

$$(x^3 + 2x^2 - 1)(x^3 + 2x^2 + 1) - x^4(x + 2)^2 \quad [-1]$$

$$\left[(x - y)(x + y)(x^2 + y^2) \right]^3 + (x^6 + y^6)^2 - 3x^4y^4(y^2 + x^2)(y + x)(y - x) \quad [2x^{12} + 2x^6y^6]$$

$$(x + y)^3 - (x + 1)^3 - (3xy(x + y) - 3x(x + 1) - y(1 - y)(y + 1)) \quad [y - 1]$$

$$\left(x^2 - \frac{3}{2} \right)^3 - 2x^2(x^2 + x - 1)^2 - x^3(3x^2 - 6x + 4) + \left(x^2 + \frac{3}{2} \right)^3 \quad \left[\frac{23}{2}x^2 + 8x^4 - 7x^5 \right]$$

$$\left[(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) \right]^2 - \left[(2x - 1)(2x + 1)(4x^2 + 1) \right]^2 - 20(3 - 4x^4)(3 + 4x^4) \quad [65x^8 + 75]$$

FRAZIONI ALGEBRICHE

Semplificare le seguenti frazioni algebriche:

$$\frac{ax^2 + axy - x - y}{ax^2 - x} \quad \frac{a + b - bx - ax}{a(1 - x) - b(1 - x)} \quad \left[\frac{x + y}{x}; \frac{a + b}{a - b} \right]$$

$$\frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 4} \quad \frac{ax^5 + ax^3 + 2ax^2}{a^2x^3 + a^2x^2} \quad \left[\frac{x + 2}{x - 2}; \frac{x^2 - x + 2}{a} \right]$$

$$\frac{2x(x^2y - y^2)}{4xy^2 - xy^3} \quad \frac{x^4y - xy^2}{ax^3 - ay} \quad \left[\frac{2y - 2x^2}{y^2 - 4y}; \frac{xy}{a} \right]$$

$$\frac{2xyz}{2xy - 4x^2z^2} \quad \frac{b^2 - 2b^2x + b^2x^2}{abx^2 - ab} \quad \left[\frac{zy}{y - 2xz^2}; \frac{bx - b}{a + ax} \right]$$

$$\frac{4x^2 - 8xy + 4y^2}{3x^2y - 3xy^2} \quad \frac{x(3x + 1) + 3xy - 6x + y - 2}{6x^2 + 5x + 1} \quad \left[\frac{4(x - y)}{3xy}; \frac{x + y - 2}{2x + 1} \right]$$

Risolvere le seguenti espressioni:

$$\frac{3-a}{a^2-2a-3} \left(\frac{a^2-2a}{a-3} + \frac{3}{3-a} \right) \quad [-1]$$

$$\frac{1-4x^2}{4x+18} \left(\frac{4}{2x+1} - \frac{5}{2x-1} \right) \quad \left[\frac{1}{2} \right]$$

$$\left(\frac{3a}{a^2-4a+3} + \frac{4}{1-a} \right) \left(\frac{a-6}{12-a} + \frac{1}{3} \right) \quad \left[\frac{2}{3(a-1)} \right]$$

$$\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a^2-1} \right) \cdot \left(\frac{1+a}{1-a} - \frac{1-a}{a+1} \right) \cdot \left(a-2 + \frac{1}{a} \right) \quad \left[-\frac{4a}{(a+1)^2} \right]$$

$$\frac{1}{y-4} \left(\frac{1}{y-4} + \frac{y}{4-y^2} \right) \left(-\frac{2-y}{4} + \frac{5-2y}{y+2} \right) \left(y+4 + \frac{4}{y} \right) \quad \left[\frac{y-1}{y^2-2y} \right]$$

$$\left(\frac{ax^2y}{2(ax-xb+a-b)} : \frac{2y}{4x^2-4} \right) \cdot \frac{a^2-2ab+b^2}{x^3-x^2} \quad [a^2-ab]$$

$$\frac{a^3+1}{3a^2+3} : \frac{a^2-1}{a^2+2a+1} : \left[\frac{a^3+3a^2+3a+1}{6(a^4-1)} \cdot (a^3+1) \right] \quad \left[\frac{2}{a+1} \right]$$

$$\left[\left(\frac{9a-3x}{x^3-2x} - 1 + \frac{3a}{x} \right) \cdot \frac{1-x^2}{x-3a} - \frac{x^3-1}{x^2-2} \right] : \frac{1-x}{x} \quad \left[\frac{1}{2-x^2} \right]$$

EQUAZIONI LINEARI INTERE

$$(x-3)(x+1) = (x-1)^2 + 4 \quad [S = \emptyset]$$

$$(x+3)^2 - (x+1)^2 = 4(x+2) \quad [S = \emptyset]$$

$$(x+1)(x-2)(3x+1) - 3(x-1)^3 + 5x = 3x^2 + (2x+1)^2 + 5 \quad [S = \left\{ -\frac{1}{3} \right\}]$$

$$(5x-2)(3-x) - x^3 - 13x + 6 = (x+5)^2 + 4 - (x+2)^3 \quad [S = \left\{ \frac{7}{2} \right\}]$$

$$(3x-2)^2 + (x-1)(x+1) = 5x(2x+1) - 3[2(x-1) - (-1)] \quad [S = \{0\}]$$

$$10 + 8x(x^2+1) - [4(x-1) - 3(2x-1)] + (x+1)^2 = (2x+1)^3 + 8 - [(3x+2)^2 + 2x(x-2)] \quad [S = \left\{ -\frac{1}{2} \right\}]$$

$$\frac{4x-1}{9} - \frac{1}{6} + \frac{(x-1)^2}{3} = \left(1 - \frac{1}{3} \right) x^2 - \frac{1}{9} \frac{(3x-1)(2x+1)}{2} \quad [S = \{0\}]$$

$$\frac{3x+1}{6} - \left(1 - \frac{1}{4} \right) \left(x - \frac{1}{2} \right) x - \left(\frac{x-2}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} x \left(\frac{11}{4} - 2x \right) \quad [S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}]$$

$$\frac{11x-3}{3} + \left(\frac{x+1}{2} \right)^3 - \frac{3}{2} x \left(\frac{1}{2} x - 1 \right)^2 = \frac{x+1}{4} \cdot \frac{7x-2}{2} - \frac{(x-4)(x^2+1)}{4} \quad [S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}]$$

$$\frac{(x+2)^2}{4} - (1-2x)^3 + \frac{1}{8}x = \frac{1}{4}x \left(\frac{57}{2} - 47x + 32x^2 \right) \quad [S = \emptyset]$$

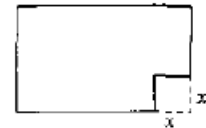
$$\frac{(2x-1)(3x+5)}{4} - 10 \left(\frac{1}{3}x + 1 \right)^2 + \frac{5}{12} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{x-2}{3} - \frac{(x+3)^2}{9} \quad [S = \{-2\}]$$

PROBLEMI :

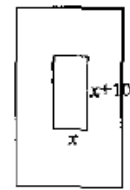
Problemi che riguardano il **rettangolo** (tutte le misure sono in cm)

1. Un rettangolo ha la base di 10 e l'altezza di x . Esprimi il perimetro e l'area del rettangolo con formule contenenti x .
2. In un rettangolo la base misura x e l'altezza è il doppio della base. Esprimi il perimetro e l'area del rettangolo con formule contenenti x .
3. Un rettangolo ha base = 25 e altezza 40. Se si toglie x dall'altezza, quale espressione esprime l'area del nuovo rettangolo?
4. Un rettangolo ha la base di 40 e l'altezza di 70. Si aumentano le dimensioni del rettangolo di x : di quanto aumenta la sua area? Quanto deve essere x perché l'area del nuovo rettangolo sia doppia di quella del rettangolo iniziale?

5. In un rettangolo di lati $AB = 3x$ e $BC = 2x + 10$, si ritaglia un quadrato di lato x come in figura: calcola il perimetro del rettangolo iniziale e quello del rettangolo privato del quadrato.

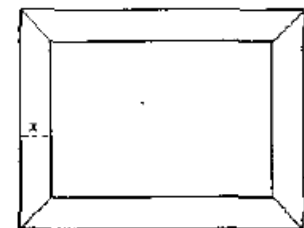


6. Da un foglio di polistirolo rettangolare di dimensioni 60 e 100, si ritaglia un rettangolo di dimensioni x e $x + 10$: quanto misura l'area del foglio rimanente? Quanto vale x se l'area del foglio rimanente è la metà di quella del foglio iniziale?

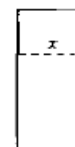


7. Un quadro è lungo 40 e largo 50. Si mette il quadro in una cornice larga x .
 - a. Esprimi l'area occupata dal quadro incorniciato con una espressione contenente x .
 - b. Esprimi l'area della cornice con una espressione contenente x .
 - c. Se $x = 5$, qual è in percentuale l'area della cornice rispetto all'area del quadro?

8. Con un listello di legno largo x si vuole fare una cornice ad un quadro rettangolare largo 70 e lungo 50. Negli angoli il listello deve essere tagliato "in squadra" come in figura: quanto deve essere lungo il listello di legno?



9. In un rettangolo di base 3 e altezza 7 si pratica un taglio parallelo alla base e si vuole ottenere un rettangolo che abbia un perimetro metà del perimetro del rettangolo iniziale. Indica la risposta che secondo te è vera:
 - si deve tagliare l'altezza a metà
 - si deve tagliare l'altezza al di sopra della metà
 - si deve tagliare l'altezza al di sotto della metà



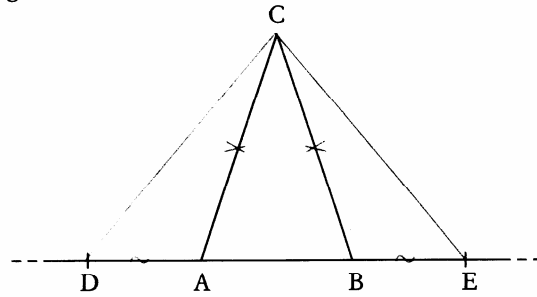
Calcola il punto esatto del taglio.

GEOMETRIA – CRITERI DI CONGRUENZA

10 Sui prolungamenti della base AB di un triangolo isoscele ABC si considerino due segmenti congruenti AD e BE . Dimostrare che il triangolo DEC è isoscele.

Ipotesi $AC \cong CB$
 D, A, B, E allineati
 $DA \cong BE$

Tesi DEC isoscele



Dim. Si considerino i triangoli ADC e CBE ; essi hanno

$AC \cong CB$ per ipotesi

$DA \cong BE$ per ipotesi

$\widehat{CAD} \cong \widehat{CBE}$ perché angoli supplementari.....

} $\rightarrow DAC \cong CBE \rightarrow$
 (per ... criterio)

$\rightarrow DC \cong CE \rightarrow$ il triangolo DEC è isoscele sulla base DE

c.v.d.

(lati corrispondenti
 in triangoli congruenti)

11 Siano AH e BK le bisettrici degli angoli alla base di un triangolo isoscele ABC . Dimostrare che $CK \cong CH$.

Dim. Si considerino i triangoli CKB e CHA .

Essi hanno

$CB \cong CA$ per ipotesi

$\widehat{ACB} \cong \widehat{BCA}$

$\widehat{CBK} \cong \widehat{CAH}$ perché metà degli angoli alla base.....

Ipotesi $AC \cong CB$
 $\widehat{BAH} \cong \widehat{HAC}$

..... \cong

Tesi $CK \cong CH$

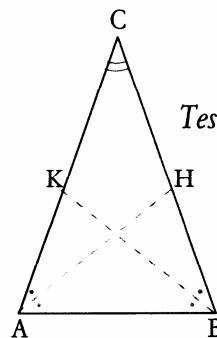
$\rightarrow CKB \cong CHA \rightarrow CK \cong CH.$

(per ... criterio)

(lati

in triangoli

c.v.d.



12 Si prolunghi la mediana AM di un triangolo ABC di un segmento $ME \cong AM$. Dimostrare che i segmenti AC e BE risultano congruenti.

Ipotesi A, M, E allineati *Tesi*

.....

Dim. Si considerino i triangoli AMC e MBE ; essi hanno

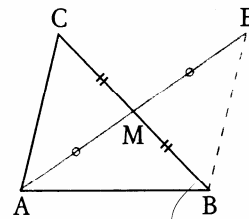
$CM \cong ME$ per ipotesi

$AM \cong ME$ per ipotesi

$\widehat{AMC} \cong \widehat{BME}$ perché angoli opposti.....

} $\rightarrow AMC \cong MBE \rightarrow AC \cong BE$
 (per... criterio) (lati.....
 in triangoli.....)

c.v.d.



L' insegnante

Gli alunni