ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"
Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R
Liceo delle Scienze Umane VAPM027011
Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)
www.liceocrespi.it-*Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: lccrespi@tin.it*
C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

Anno Scolastico 2010-2011 Classi 4N e 4P Prof. Rambaldini Giuliano

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
  - **debito formativo** o **comunicazione di rafforzamento (lettera)**: tutti gli esercizi
  - **6** o **7**: un esercizio ogni due per ogni argomento
  - **8** , **9** o **10**: un esercizio ogni tre per ogni argomento
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2011-12

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
  - rivedere la teoria sul testo
  - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
  - Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: lunedì 29 agosto**

GEOMETRIA ANALITICA

Circonferenza

Scrivere le equazioni delle circonferenze di centro C e raggio r.

1. $C(-2;0)$ $r=1$ $x^2+y^2+4x+3=0$

2. $C(-1;4)$ $r=3$ $x^2+y^2+2x-8y+8=0$

3. $C(0;\sqrt{2})$ $r=\sqrt{2}$ $x^2+y^2-2\sqrt{2}y=0$

4. $C\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$ $r=\frac{1}{2}$ $16x^2+16y^2-16x-24y+9=0$

Verificare se le equazioni date rappresentano circonferenze reali; in caso affermativo determinarne centro e raggio.

5. $x^2+y^2=9$ Sì; $C(0;0)$; $r=3$

6. $x^2+y^2+9=0$ No

7. $x^2+y^2-4x=0$ Sì, $C(2;0)$; $r=2$

8. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ Sì; $C(1; 1)$; $r = \sqrt{2}$

9. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 25 = 0$ No

10. $x^2 + y^2 - 3x - 3y + 1 = 0$ Sì; $C\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$; $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$

11. $4x^2 + 4y^2 - x = 0$ Sì; $C\left(\frac{1}{8}; 0\right)$; $r = \frac{1}{8}$

12. $5x^2 + 5y^2 - x - y + 4 = 0$ No

13. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento AB con $A(1; 0)$ e $B(3; 2)$.

$(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$

14. Scrivere l'equazione della circonferenza avente centro in $(1; 3)$ e tangente alla retta di equazione: $4x - 5y + 1 = 0$

$(x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{100}{41}$

15. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per $A(1; 4)$ e $B(-2; 1)$ e avente il centro C sulla retta $3x - y + 4 = 0$.

$x^2 + y^2 + x - 5y + 2 = 0$

16. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha per diametro il segmento di estremi $A(3; 4)$ e $B(9;12)$.

$x^2 + y^2 - 12x - 16y + 75 = 0$

17. Determinare l'equazione della circonferenza di centro $C(2; 1)$ e tangente all'asse del segmento di estremi $A(-2; 0)$ e $B(1; 2)$. Determinare l'area del triangolo ABC.

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + \frac{35}{52} = 0$; area $= \frac{5}{2}$

18. Dopo aver verificato che il triangolo di vertici $A(1; -1)$, $B(3; 1)$ e $C(-1; 3)$ è isoscele, scrivere l'equazione della circonferenza ad esso circoscritta.

$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$

19. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $(0; 0)$, $(1; 2)$ e $(-2; 1)$.

$x^2 + y^2 + x - 3y = 0$

20. Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti $(1; 2)$, $(3; 0)$ e $(0; \sqrt{3})$.

$x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$

21. Dopo aver determinato i punti A e B d'intersezione tra la circonferenza avente per centro l'origine e raggio uguale a 2 con la bisettrice del 1° e 3° quadrante, detto C uno dei due punti d'intersezione con l'asse y, determinare l'area del triangolo ABC.

$A(-\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; $B(\sqrt{2}; \sqrt{2})$; area $= 2\sqrt{2}$

Stabilire se la retta r è secante, tangente o esterna rispetto alla circonferenza γ.

22. a. $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x + 2y - 1 = 0$ secante

b. $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x - y + 4 = 0$ esterna

c. $\gamma: x^2 + y^2 - 4x = 0$ $\quad r: x + y + 2\sqrt{2} - 2 = 0$ tangente

23. a. $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r: x = 0$ tangente

b. $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r: y = 0$ secante

c. $\gamma: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 4 = 0$ $\quad r: 2x + 3y - 6 = 0$ secante

Determinare le equazioni delle rette passanti per il punto P e tangenti alla circonferenza γ.

24. $P(1; 3)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ $\quad y - 3 = \pm\sqrt{3}(x - 1)$

25. $P(3; 0)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 4y = 0$ $\quad y = 0;\ y = -\frac{12}{5}(x - 3)$

26. $P(3; -3)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 4x + 4y + 7 = 0$ $\quad x = 3;\ y = -3$

27. $P(0; 0)$ $\quad \gamma: x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ $\quad x + 2y = 0$

28. Scrivere l'equazione della circonferenza tangente nell'origine alla retta $3x - y = 0$ e passante per $P\left(0; -\frac{53}{13}\right)$.

$x^2 + y^2 - \frac{53}{13}(3x - y) = 0$

29. Scrivere l'equazione della circonferenza avente per tangente nell'origine la bisettrice del 2° e 4° quadrante e tangente alla retta $x = 2y - 5$.

$x^2 + y^2 + \frac{10}{9}\left(1 \pm \sqrt{10}\right)(x + y) = 0$

30. Data la circonferenza di equazione:

$$x^2 + y^2 - 8x - 4y + 10 = 0$$

sia D il suo centro. Le tangenti condotte dall'origine O toccano la circonferenza in A e B. Trovare l'equazione della circonferenza passante per O, A, B dopo aver verificato che ha per diametro OD.

$x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$

31. Determinare l'equazione della circonferenza che passa per i punti (1; 1), (1; 7), (8; 8) e le equazioni delle tangenti alla circonferenza passanti per l'origine.

$x^2 + y^2 - 10x - 8y + 16 = 0;\ x = 0;\ 9x + 40y = 0$

Parabola

Determinare le equazioni delle parabole aventi il fuoco e la direttrice indicati.

32. $F(1; 2)$ $\quad d: y = 3$ $\qquad y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$

33. $F\left(0; \frac{5}{4}\right)$ $\quad d: y = \frac{3}{4}$ $\qquad y = x^2 + 1$

34. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$ $\quad d: y = -\frac{1}{4}$ $\qquad y = x^2$

Dopo aver determinato le coordinate del fuoco F, del vertice V, le equazioni della direttrice e dell'asse di simmetria, disegnare le seguenti parabole.

35. $y = \frac{1}{2}x^2$ $\qquad F\left(0; \frac{1}{2}\right)$; $V(0; 0)$; $y = -\frac{1}{2}$; $x = 0$

36. $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ $\qquad F(0; 0)$; $V(0; -1)$; $y = -2$; $x = 0$

37. $y = 2x^2 - 4x$ $\qquad F\left(1; -\frac{15}{8}\right)$; $V(1; -2)$; $y = -\frac{17}{8}$; $x = 1$

38. **Determinare l'equazione della parabola con vertice $(2; -1)$ e direttrice $y = 3$.**

$(x-2)^2 = -16(y+1)$

39. **Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $(1; -1)$ e passante per $(2; 3)$.**

$(x-1)^2 = \frac{1}{4}(y+1)$

40. **Determinare l'equazione della parabola avente per asse di simmetria la retta $x = 1$ e passante per i punti $(0; 1)$ e $(-1; 4)$.**

$y = x^2 - 2x + 1$

41. **Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ avente vertice in $V(0; 4)$ e passante per il punto $(1; 8)$.**

$y = 4x^2 + 4$

42. **Determinare l'equazione della parabola del tipo $y = ax^2 + bx + c$ passante per i punti $(0; 3)$, $(1; 8)$ e $(-2; -1)$.**

$y = x^2 + 4x + 3$

Determinare le equazioni delle rette passanti per P e tangenti alla parabola γ.

43. $P(0; 2)$ $\quad \gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $\qquad y = (5 \pm 2\sqrt{6})x + 2$

44. $P(1; 0)$ $\quad \gamma: y = -x^2 + 5x - 4$ $\qquad y = 3x - 3$

45. $P(0; 0)$ $\quad \gamma: y = x^2 - 5x + 6$ $\qquad y = (-5 \pm 2\sqrt{6})x$

46. Determinare la misura della corda staccata dalla parabola $y=-x^2+5x-6$ sulla retta $x+y+1=0$.

$[4\sqrt{2}]$

47. Determinare per quale valore di q la retta $y=-x+q$ è tangente alla parabola $y=x^2-3x+1$ e calcolare le coordinate del punto di contatto. $[0;\ (1\ ;\ -1)]$

48. Scrivere l'equazione della retta tangente alla parabola $x=-y^2+3y$ nel suo punto di ordinata 2.

$[x+y-4=0]$

49. Trovare le intersezioni della parabola $y=-x^2+4x-3$ con la retta $y=\dfrac{7}{16}$ e trovare la misura della corda intercettata dalla parabola.

$$\left[\left(\frac{5}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \left(\frac{11}{4}\ ;\ \frac{7}{16}\right);\ \frac{3}{2}\right]$$

50. Si determinino le equazioni delle tangenti alla parabola di equazione $y=\dfrac{1}{8}x^2-\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{2}$ uscenti dal punto $P\left(\dfrac{1}{3};\ -3\right)$ e le coordinate dei punti di contatto. Determinare inoltre la retta passante per i punti di contatto e verificare che essa passa per il fuoco della parabola.

$$\left[y=-\frac{3}{2}x-\frac{5}{2};\ y=\frac{2}{3}x-\frac{29}{9};\ \left(-4\ ;\ \frac{7}{2}\right);\ \left(\frac{14}{3}\ ;\ -\frac{1}{9}\right);\ 5x+12y-22=0\right]$$

GONIOMETRIA

Valori delle funzioni goniometriche, archi associati, formule goniometriche

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

1. $\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}+2\operatorname{sen}\pi-3\operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi-2\operatorname{sen}0$ — 4

2. $4\operatorname{sen}2\pi-\frac{3}{2}\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}+\frac{5}{2}\operatorname{sen}\frac{5}{2}\pi-\frac{1}{2}\operatorname{sen}\pi$ — 1

3. $5\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}-4\operatorname{sen}\frac{7}{2}\pi-5\operatorname{sen}2\pi+\frac{1}{2}\operatorname{sen}0$ — 9

4. $2\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}-\sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi-4\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}$ — $2(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

5. $\operatorname{sen}7\pi+\sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}-\operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi+4\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}-5\operatorname{sen}3\pi$ — 4

6. $\operatorname{sen}^2 6\pi+\operatorname{sen}^2\frac{5}{2}\pi-\operatorname{sen}^2\frac{\pi}{4}-\operatorname{sen}^2 5\pi$ — $\frac{1}{2}$

7. $3\cos 0°-4\cos 90°-5\operatorname{sen}90°+4\cos 60°$ — 0

8. $\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{4}+\operatorname{sen}\frac{\pi}{3}-\cos\frac{\pi}{6}$ — 0

9. $8\cos\frac{\pi}{3}+4\operatorname{sen}\frac{\pi}{6}-\sqrt{2}\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}+\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4}$ — 6

10. $\operatorname{sen}90°-\cos 30°+2\operatorname{sen}60°+\operatorname{sen}180°$ — $1+\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. $$\frac{3\operatorname{sen}\frac{3}{2}\pi\left(\frac{4}{3}\operatorname{sen}\frac{\pi}{2}-4\operatorname{sen}\pi\right)}{5\cos\frac{3}{2}\pi+7\cos\pi(1-\cos\pi)}$$ — $\frac{2}{7}$

12. $$\frac{\operatorname{tg}\pi+\operatorname{ctg}\frac{3}{2}\pi-3\operatorname{sen}\left(-\frac{5}{2}\pi\right)}{\operatorname{sen}^2\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\cos^2(-\pi)}$$ — $\frac{3}{2}$

13. $$\frac{\operatorname{tg}4\pi+\operatorname{ctg}\left(-\frac{7}{2}\pi\right)+4}{[\operatorname{sen}\pi-2\cos(-\pi)]^2}$$ — 1

14. $\dfrac{\sqrt{2}\,\text{sen}\,\frac{\pi}{4}+\sqrt{3}\cos\frac{\pi}{6}-\text{tg}\,\frac{\pi}{3}\,\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{ctg}\,\frac{\pi}{6}+\text{tg}\,\frac{\pi}{6}}$ $\qquad \frac{3}{8}\sqrt{3}$

15. $\dfrac{2\,\text{tg}\,45^\circ-\text{tg}\,360^\circ+\text{ctg}\,90^\circ}{2\cos 30^\circ-\text{sen}\,90^\circ}$ $\qquad \sqrt{3}+1$

Determinare i valori delle rimanenti funzioni goniometriche dell'arco α sapendo che:

16. $\text{sen}\,\alpha=\frac{1}{3}$ $\qquad 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ $\qquad \cos\alpha=\frac{2\sqrt{2}}{3};\ \text{tg}\,\alpha=\frac{1}{2\sqrt{2}};\ \text{ctg}\,\alpha=2\sqrt{2}$

17. $\cos\alpha^\circ=-\frac{3}{5}$ $\qquad 90^\circ<\alpha^\circ<180^\circ$ $\qquad \text{sen}\,\alpha^\circ=\frac{4}{5};\ \text{tg}\,\alpha^\circ=-\frac{4}{3};\ \text{ctg}\,\alpha^\circ=-\frac{3}{4}$

18. $\text{sen}\,\alpha=\frac{1}{4}$ $\qquad \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ $\qquad \cos\alpha=-\frac{\sqrt{15}}{4};\ \text{tg}\,\alpha=-\frac{1}{\sqrt{15}};\ \text{ctg}\,\alpha=-\sqrt{15}$

19. $\text{tg}\,\alpha=\frac{24}{7}$ $\qquad -2\pi<\alpha<-\frac{3}{2}\pi$ $\qquad \text{ctg}\,\alpha=\frac{7}{24};\ \text{sen}\,\alpha=\frac{24}{25};\ \cos\alpha=\frac{7}{25}$

20. $\text{ctg}\,\alpha=\frac{7}{24}$ $\qquad -\pi<\alpha<-\frac{\pi}{2}$ $\qquad \text{tg}\,\alpha=\frac{24}{7};\ \text{sen}\,\alpha=-\frac{24}{25};\ \cos\alpha=-\frac{7}{25}$

Calcolare il valore delle seguenti espressioni.

21. $\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi+\cos\left(-\frac{2}{3}\pi\right)+\text{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)+\text{tg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)+\text{tg}\,(-3\pi)$ $\qquad -1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

22. $\text{sen}\,\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3}{4}\pi+\text{tg}\left(-\frac{5}{4}\pi\right)+\text{ctg}\left(-\frac{3}{2}\pi\right)$ $\qquad -1$

23. $\text{tg}\,\frac{4}{3}\pi+\text{ctg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)+\text{tg}\,(-\pi)+\text{sen}\,\frac{4}{3}\pi$ $\qquad \frac{\sqrt{3}}{6}$

24. $\text{tg}\,30^\circ+\text{ctg}\,60^\circ-\text{sen}\,120^\circ+\cos(-30^\circ)$ $\qquad \frac{2}{3}\sqrt{3}$

25. $\dfrac{\text{sen}\,\frac{5}{6}\pi-\sqrt{3}\cos\frac{5}{6}\pi+\sqrt{3}\cos\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\text{tg}^2\,\frac{7}{6}\pi}$ $\qquad \frac{3}{2}$

26. $\dfrac{2\,\text{tg}\,225^\circ+4\,\text{ctg}\,(-45^\circ)}{2\,\text{sen}\,210^\circ-1}$ $\qquad 1$

27. $\text{sen}\,\frac{7}{2}\pi-3\cos\frac{5}{6}\pi+\text{tg}\,\frac{\pi}{6}-6\dfrac{\text{ctg}\,\frac{\pi}{3}}{\text{sen}\,\frac{2}{3}\pi}$ $\qquad \dfrac{-30+11\sqrt{3}}{6}$

28. $\dfrac{\operatorname{tg}\frac{7}{4}\pi - \cos\frac{7}{4}\pi}{\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} + \operatorname{ctg}\frac{\pi}{3}} \cdot \dfrac{\operatorname{ctg}\frac{\pi}{6} + \operatorname{tg}\frac{7}{6}\pi}{\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \operatorname{sen}\frac{\pi}{4}}$ 1

29. $\dfrac{\operatorname{tg}^2\frac{5}{3}\pi + \operatorname{ctg}^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\operatorname{sen}^2\left(-\frac{2}{3}\pi\right) + \cos^2\frac{4}{3}\pi}$ 6

30. $\dfrac{\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{7}{6}\pi\right)}{\operatorname{sen}\frac{\pi}{3} - \cos\left(-\frac{5}{6}\pi\right)}$ -2

31. $\dfrac{\operatorname{tg}(-135°) + \operatorname{tg}(-300°)}{\operatorname{ctg}(-30°) + 1}$ $-2-\sqrt{3}$

Sfruttando le relazioni tra gli archi associati, semplificare le seguenti espressioni, esprimendo il risultato per mezzo delle funzioni goniometriche dell'arco di misura α.

32. $2\operatorname{sen}(\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) - \operatorname{sen}\alpha + 3\cos\alpha$ $\operatorname{sen}\alpha + 2\cos\alpha$

33. $2\operatorname{sen}(180° - \alpha°) - \cos^2(180° - \alpha°) + 2$ $(\operatorname{sen}\alpha° + 1)^2$

34. $[1 + \operatorname{tg}(\pi - \alpha)](1 + \operatorname{tg}\alpha) + \dfrac{\operatorname{sen}(\pi - \alpha)\cos(\pi - \alpha)}{\operatorname{ctg}\alpha}$ $\cos^2\alpha - \operatorname{tg}^2\alpha$

35. $\dfrac{\operatorname{ctg}(180° - \alpha°) - \operatorname{tg}(180° - \alpha°)}{\operatorname{tg}\alpha° - \operatorname{ctg}\alpha°}$ 1

36. $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)\operatorname{tg}\alpha$ 0

37. $\dfrac{1}{1 + \cos(\pi + \alpha)} + \dfrac{\cos(\pi + \alpha)}{1 - \cos^2(\pi + \alpha)}$ $\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2\alpha}$

38. $\dfrac{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) + \operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{sen}(\pi + \alpha)} - \dfrac{1}{\cos(\pi + \alpha)}$ $-\dfrac{1}{\cos\alpha}$

39. $\dfrac{\operatorname{sen}(\pi + \alpha)}{\operatorname{sen}(\pi + \alpha) - \cos(\pi - a)} - \dfrac{\cos(\pi + \alpha)}{\operatorname{sen}(\pi - \alpha) + \cos(\pi + \alpha)}$ $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha - \cos\alpha}$

Sviluppare mediante le formule di addizione e sottrazione ed eventualmente semplificare le seguenti espressioni.

40. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad 0$

41. $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{2}{3}\pi-\alpha\right)$ $\qquad \frac{\sqrt{3}-1}{2}(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)$

42. $\operatorname{sen}\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad \sqrt{2}\operatorname{sen}\alpha$

43. $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$ $\qquad \frac{\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha}{2}$

44. $\cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)-\operatorname{sen}\left(\frac{2}{3}\pi+\alpha\right)+2\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\cos\left(\frac{5}{6}\pi+\alpha\right)$ $\qquad \frac{3\cos\alpha-(\sqrt{3}-2)\operatorname{sen}\alpha}{2}$

45. $\sqrt{2}\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}\operatorname{sen}\alpha$ $\qquad \frac{5}{2}\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha$

46. $2\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)-2\operatorname{sen}\left(\alpha-\frac{3}{4}\pi\right)\cos\left(\frac{5}{4}\pi-\alpha\right)$ $\qquad -4\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

47. $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)-\operatorname{sen}^2\alpha-\sqrt{3}\cos\alpha\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)$ $\qquad -\frac{3}{4}$

48. In un triangolo due angoli hanno ampiezze α e β. Sapendo che:

$$\beta=\frac{\pi}{4} \qquad \text{e} \qquad \cos\alpha=-\frac{1}{5}$$

determinare le funzioni goniometriche del terzo angolo γ.

$\operatorname{sen}\gamma=\frac{4\sqrt{3}-\sqrt{2}}{10}$; $\cos\gamma=\frac{4\sqrt{3}+\sqrt{2}}{10}$

33. $\sqrt{2}\,\text{sen}^2 x - \text{sen}\,x > 0$ $\qquad -\pi+2k\pi < x < 2k\pi;\ \frac{\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{3}{4}\pi+2k\pi$

34. $\text{ctg}^2 x - \sqrt{3}\,\text{ctg}x < 0$ $\qquad \frac{\pi}{6}+k\pi < x < \frac{\pi}{2}+k\pi$

35. $2\,\text{sen}^2 x - \text{sen}\,x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{7}{6}\pi+2k\pi;\ x \neq \frac{\pi}{2}+2k\pi$

36. $\text{tg}^2 x - (1+\sqrt{3})\,\text{tg}\,x + \sqrt{3} > 0$ $\qquad -\frac{\pi}{2}+k\pi < x < \frac{\pi}{4}+k\pi;\ \frac{\pi}{3}+k\pi < x < \frac{\pi}{2}+k\pi$

37. $2\cos^2 x + \cos x - 1 > 0$ $\qquad -\frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{\pi}{3}+2k\pi$

38. $2\,\text{sen}^2 x + 4\cos^2 x > 5\cos x$ $\qquad \frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{5}{3}\pi+2k\pi$

Disequazioni lineari in seno e coseno

Risolvere le seguenti disequazioni.

39. $\text{sen}\,x + \cos x > 0$ $\qquad -\frac{\pi}{4}+2k\pi < x < \frac{3}{4}\pi+2k\pi$

40. $\cos x + \text{sen}\,x - 1 < 0$ $\qquad -\frac{3}{2}\pi+2k\pi < x < 2k\pi$

41. $\cos x + \sqrt{3}\,\text{sen}x - \sqrt{3} > 0$ $\qquad \frac{\pi}{6}+2k\pi < x < \frac{\pi}{2}+2k\pi$

42. $\cos x + \left(\sqrt{2}-1\right)\text{sen}\,x + 1 < 0$ $\qquad \pi+2k\pi < x < \frac{5}{4}\pi+2k\pi$

Disequazioni omogenee o riducibili a omogenee

Risolvere le seguenti disequazioni.

43. $\text{sen}^2 x - \cos^2 x > 0$ $\qquad \frac{\pi}{4}+k\pi < x < \frac{3}{4}\pi+k\pi$

44. $\cos^2 x - 2\sqrt{3}\,\text{sen}x\cos x - \text{sen}^2 x > 0$ $\qquad -\frac{5}{12}\pi+k\pi < x < \frac{\pi}{12}+k\pi$

45. $6\,\text{sen}^2 x - 2\sqrt{3}\,\text{sen}\,x\cos x > 3$ $\qquad -\frac{2}{3}\pi+k\pi < x < -\frac{\pi}{6}+k\pi$

Esercizi di ricapitolazione

Risolvere le seguenti disequazioni.

46. $\text{tg}\,x\left(2\text{sen}\,x - \sqrt{3}\right) > 0$ $\qquad \frac{\pi}{3}+2k\pi < x < \frac{\pi}{2}+2k\pi;$

$\frac{2}{3}\pi+2k\pi < x < \pi+2k\pi;\ \frac{3}{2}\pi+2k\pi < x < 2\pi+2k\pi$

50. $\dfrac{2\operatorname{sen}^2 x+1}{\cos 2x}<0$ $\qquad\qquad$ $\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{3}{4}\pi+k\pi$

51. $\dfrac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{sen} x+1}>1$ $\qquad\qquad$ **impossibile**

52. $1-\dfrac{1}{\operatorname{tg} x}>0$ $\qquad\qquad$ $\frac{\pi}{4}+k\pi<x<\frac{\pi}{2}+k\pi;\ \frac{\pi}{2}+k\pi<x<\pi+k\pi$

TRIGONOMETRIA

Triangoli rettangoli

53. Determinare la misura del perimetro e l'area di un triangolo rettangolo sapendo che un cateto misura 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{12}{13}$ [60 cm e 120 cm^2]

54. Il triangolo isoscele ABC ha la base AB di 70 cm e il seno dell'angolo alla base pari a $\frac{12}{13}$; determinare il perimetro del triangolo e la lunghezza dell'altezza CH relativa alla base. [252 cm e 84 cm]

55. Determinare il perimetro di un triangolo isoscele ABC di cui si conosce l'altezza AH, di 21 cm, relativa alla base BC e il cui angolo al vertice è di 120°. [$42\left(2+\sqrt{3}\right)$ cm]

56. Nel triangolo ABC, rettangolo in A, il cateto AB è di 24 cm e il seno dell'angolo ad esso opposto è $\frac{4}{5}$; determinare il perimetro del triangolo. [72 cm]

Triangoli generici

Risolvere i seguenti triangoli essendo a, b, c le misure di lati e α, β, γ gli angoli ad essi opposti.

57. $a=2,\ b=2\sqrt{3},\ \beta=120°$ $\qquad$ [$\alpha=60°,\ \beta=30°,\ \gamma=90°$]

58. $a=6\sqrt{3},\ \alpha=60°,\ \beta=45°$ $\qquad$ [$b=6\sqrt{2},\ c=3\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right),\ \gamma=75°$]

59. $a=4\sqrt{2},\ b=4,\ \gamma=30°$ $\qquad$ [$c=4,\ \beta=30°,\ \alpha=120°$]

60. $a=\sqrt{3},\ b=1,\ c=2$ $\qquad$ [$c=2,\ \alpha=30°,\ \gamma=30°$]

ESPONENZIALI E LOGARITMI

Equazioni esponenziali e logaritmiche

1. $3^{x^2+x}=1;\quad 2^{2-8x}=4^{3x+1};\quad 2^{x^3}=256.$ $\quad[0 \text{ e } -1;\ 0;\ 2]$

2. $\sqrt{2\sqrt{2}}=4^{1-x};\quad \dfrac{1}{4\sqrt{2}}=\sqrt{8^x};\quad \left(\dfrac{1}{n}\right)^{2x+1}=1.$ $\quad\left[\dfrac{5}{8};\ -\dfrac{5}{3};\ -\dfrac{1}{2}\right]$

3. $\sqrt{2}\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x+1}=1;\quad \sqrt[3]{5^x}=25;\quad 4^{4x}=2^{\frac{2}{x}}.$ $\quad\left[-\dfrac{1}{2};\ 6\ ;\ \pm\dfrac{1}{2}\right]$

4. $\dfrac{3^{1-x}\cdot 9^{2+x}}{27^x}=\dfrac{1}{3};\quad \left(\dfrac{2}{3}\right)^{x+1}=\left(\dfrac{27}{8}\right)^{1-2x};\quad \sqrt{2\sqrt{4^x}}=4.$ $\quad\left[3;\ \dfrac{4}{5};\ 3\right]$

5. $\sqrt[1+x]{2^{3x}}=\sqrt[x]{2^{x+2}}\cdot\sqrt[2x]{2^{x-2}};\quad \dfrac{(3^{x+1})^{2x-1}\cdot 27^{1-x}}{9^{2-x}}=1.$ $\quad[2;\ \pm1]$

6. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=351$. (Si noti che $3^{x+2}=3^x\cdot 3^2$...); $\quad 4^{x-1}+4^x+4^{x+1}=\dfrac{21}{8}.$ $\quad\left[3;\ -\dfrac{1}{2}\right]$

7. $3^{2x}-3^x-6=0$. (Porre $3^x=y\dots$). $\quad[1]$

8. $4^x-6\cdot 2^x+8=0$. (Si noti che $4^x=(2^2)^x=(2^x)^2\dots$); $\quad 9^x+6\cdot 3^x-27=0.$ $\quad[1 \text{ e } 2;\ 1]$

9. $12\left(\dfrac{4}{9}\right)^x-35\left(\dfrac{2}{3}\right)^x+18=0;\quad 16\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-10\left(\dfrac{1}{2}\right)^x+1=0.$ $\quad[-2 \text{ e } 1;\ 1 \text{ e } 3]$

10. $\dfrac{3^{2-x}-3^{1-x}}{9^{x+1}-3^{2x+1}}=27^{1+3x}$. (Porre $3^x=y\dots$). $\quad\left[-\dfrac{1}{4}\right]$

13. $\dfrac{3^{x-1}}{25}\sqrt{3}=\sqrt{125^x\cdot\sqrt[3]{3^{x-1}}}.$ $\quad\left[\dfrac{2\ Log\ 3+12\ Log\ 5}{5\ Log\ 3-9\ Log\ 5}\right]$

14. $4^{1-x}\cdot\dfrac{1}{3^{2x}}=\sqrt{4^{1+3x}}\cdot\dfrac{1}{6^{2+x}}.$ $\quad\left[\dfrac{Log\ 72}{Log\ 48}\right]$

15. $\dfrac{2^x\cdot 15}{1+2^3}=40\cdot 3^{x-4}.$ $\quad[3]$

16. $\sqrt[x]{9^{x+1}}:\sqrt[x]{3^{1-x}}=\sqrt{5}.$ $\quad\left[\dfrac{Log\ 9}{Log\ 5-6\ Log\ 3}\right.$ non è accettabile perché ...$\Big]$

17. $\dfrac{32-3^x}{5+3^{-x}}=\dfrac{9}{2};\quad 9^x-3^{x+1}+2=0.$ $\quad\left[2 \text{ e } -\dfrac{Log\ 2}{Log\ 3};\ 0 \text{ e } \dfrac{Log\ 2}{Log\ 3}\right]$

18. $1+9^{x-1}=\dfrac{8}{3}+3^{x-1}-3^{x-2}.$ $\quad[log_3 5]$

19. $3^x + 5 \cdot 3^{x+1} = 2^{2x-1}$. $\left[\dfrac{5\,Log\,2}{2\,Log\,2 - Log\,3}\right]$

20. $3^x + \dfrac{6}{3^x} = \dfrac{29}{3}$; $4^{x-2} = 5$. $\left[2 \text{ e } \dfrac{Log\,2 - Log\,3}{Log\,3};\ 2 + log_4 5\right]$

21. $\dfrac{5^x - 4}{5^x - 1} + \dfrac{4}{25^x - 5^x} = 0$; $3^x \cdot 4 = 5 \cdot 7^{x+1}$. $\left[log_5 2;\ \dfrac{log\,35 - log\,4}{log\,3 - log\,7}\right]$

22. $\dfrac{2}{1-3^x} + \dfrac{6}{9^x - 1} + \dfrac{2}{3^x + 1} = \dfrac{1}{1+3^{-x}}$. $[log_3 2]$

23. $\dfrac{1-2^{x+1}}{2^x} + \dfrac{3+6 \cdot 2^x}{2^x + 2} = \dfrac{11}{4^x + 2^{x+1}}$. $\left[\dfrac{Log\,3 - Log\,2}{Log\,2}\right]$

24. $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$; $14^{x-1} = 7^{x+1}$. $\left[log_2 3 \text{ e } log_2 5;\ \dfrac{log\,98}{log\,2}\right]$

Busto Arsizio 10/06/2011

i rappresentanti di classe

il Professore